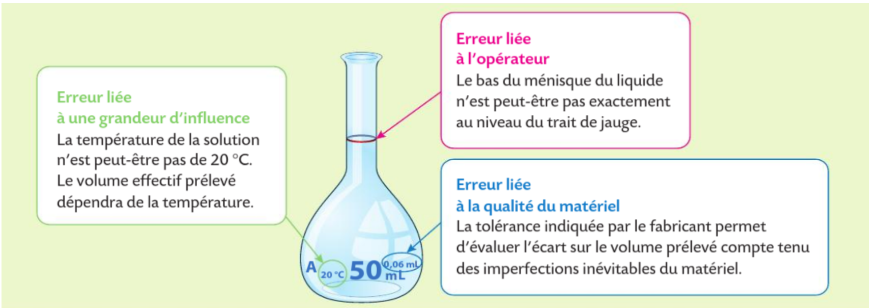
Mesures et incertitudes

1 La notion d'erreur

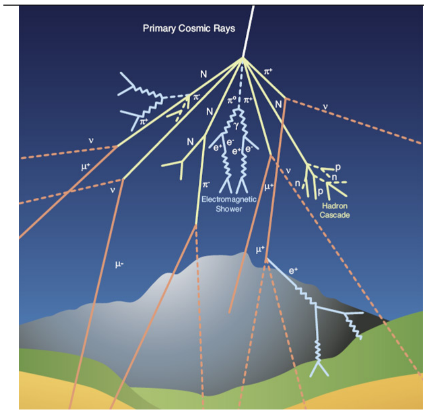
L'erreur de mesure est définie comme la différence entre le résultat mesuré et une valeur théorique ou une valeur de référence (obtenue à partir d'une méthode ou d'une mesure standard). Cette définition reflète que toute mesure expérimentale est entachée d'une erreur, aussi petite soit elle.

Exemple : Lorsque l'on prépare une solution dans une fiole jaugée de 50,0 mL, le volume de la solution n'est pas exactement égal à 50,0 mL. Les sources d'erreurs sont multiples :



2 Variabilité d'une mesure : exemple du Cosmodétecteur

2.1 Présentation du Cosmodétecteur



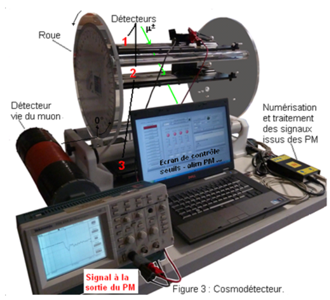
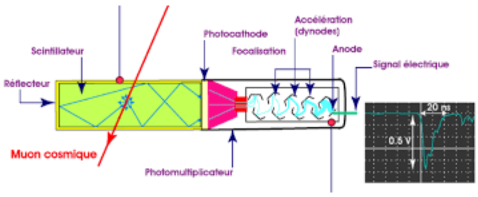
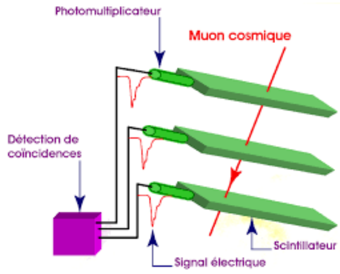


Figure 3 : Cosmodétecteur.

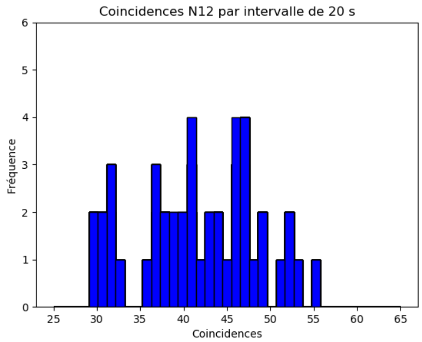
Principe de la mesure





✎ **Exercice :** Faire un résumé du fonctionnement du Cosmodétecteur.

2.2 Mesure du flux de muons



N12	N12	N12	N12
30	46	41	53
42	31	37	31
46	32	38	
52	55	37	
49	47	47	
41	38	44	
44	36	49	
48	30	47	
32	52	32	
39	47	43	
37	46	33	

✎ **Exercice :** Déterminer la moyenne $\overline{N_{12}}$, l'étendue et l'écart type $\sigma_{n-1}(N_{12})$ de ces mesures [1].

3 Les incertitudes

Lors d'une mesure en Sciences-Physiques il faudra donc essayer de préciser l'incertitude de mesure liée à cette erreur lors de la présentation du résultat. Il existe pour l'essentiel deux manières de déterminer ces incertitudes. L'utilisation des statistiques (incertitudes de type A) ou l'estimation d'une erreur sur une mesure unique (incertitude de type B).

3.1 L'incertitude-type

L'incertitude-type « caractérise la dispersion des valeurs attribuées à [une mesure], à partir des informations utilisées » [2].

1. Attention l'écart type de l'échantillon $\sigma_{n-1}(X)$ est différent de l'écart type mathématique $\sigma_n(X)$. Pour calculer $\sigma_{n-1}(X)$: tableur → =ECARTYPE, calculatrice Numworks → S (écart type de l'échantillon), calculatrice Ti et CASIO → Sx (écart type expérimental) [Ces notations peuvent changer selon les modèles]

2. VIM collectif, JCGM 200 : 2008 : Vocabulaire international de métrologie - Concepts fondamentaux et généraux et termes associés, BIPM, 2008

Si l'on mesure une grandeur X elle s'écrit $u(X)$ [3] et le résultat se présente sous la forme :

$$\boxed{\text{La valeur recherchée est } X \text{ avec une incertitude type de } u(X)}$$

3.2 Évaluation de type A de l'incertitude

Cette manière d'évaluer l'incertitude-type associée à une grandeur a été vue en classe seconde, il s'agit d'une approche statistique. On va évaluer la grandeur mesurée en faisant une moyenne sur N mesures et l'incertitude-type sera donné par l'écart type de la moyenne $\frac{\sigma_{n-1}(X)}{\sqrt{N}}$

En travaux pratiques si un binôme n'a pas matériellement le temps de faire N mesures, on peut utiliser les N mesures réalisées par la classe.

$$N \text{ mesures } \; X_1, X_2, X_3, ..., X_N \begin{cases} \text{moyenne } \; \overline{X} \\ \text{écart-type de l'échantillon } \; \sigma_{n-1}(X) \end{cases}$$

On écrit : $\boxed{\text{La valeur recherchée est } \overline{X} \text{ avec une incertitude type } u(X) = \frac{\sigma_{n-1}(X)}{\sqrt{N}}}$

Interprétation :

① ➟ $\sigma_{n-1}(X)$ caractérise la dispersion des mesures. Si quelqu'un refait une seule mesure il peut s'attendre à trouver une valeur proche de $\overline{X}$ avec une incertitude type de $\sigma_{n-1}(X)$

② ➟ $\frac{\sigma_{n-1}(X)}{\sqrt{N}}$ caractérise la dispersion de la mesure moyenne. Si quelqu'un refait N mesures il peut s'attendre à trouver une valeur proche de $\overline{X}$ avec une incertitude type $u(X) = \frac{\sigma_{n-1}(X)}{\sqrt{N}}$.

③ ➟ On peut essayer de comprendre rapidement la division par $\sqrt{N}$ par le fait que prendre la moyenne des mesures minimise l'impact des différentes sources d'incertitudes.

Remarques :

— On peut combiner les deux situations. A savoir que chaque binôme prend N mesures et qu'ensuite on mutualise les résultats pour augmenter le nombre de données.

— Dans le cas où les binômes ne font qu'une seule mesure et souhaitent utilise leur propre mesure, alors l'incertitude-type correspond à l'écart type des mesures de la classe et non pas à l'écart type de la moyenne, d'où $u(X) = \sigma_{n-1}(X)$.

3. « u » pour *uncertainties* soit incertitudes en anglais

✎ **Étude de cas : étude du flux de muon à l'aide du cosmodétecteur**

A partir du fichier fourni[4], déterminer avec son incertitude le flux moyen $\overline{\phi}$ en $muon.m^{-2}.s^{-1}$

Indications :
- ❀ on admettra que ϕ est égal à 3,3 fois le nombre moyen de coïncidences ;
- ❀ la surface d'un scintillateur est égale à $13cm \times 30cm$.

Question : Quelle est la signification physique du facteur multiplicatif 3,3 ?

3.3 Évaluation de type B de l'incertitude

Lors d'une mesure unique, si l'on n'a pas accès à un échantillon statistique, il faut prendre en compte la précision de l'appareil de mesure et la méthode utilisée. Il s'agit d'une évaluation de type B.

On va tenir compte de 2 source d'incertitudes :

➟ la précision de lecture **p**
$u_p = \frac{p}{\sqrt{12}}$ en simple lecture et $u_p = \frac{p}{\sqrt{6}}$ en double lecture

➟ la tolérance **t** indiquée par le fabricant
$u_t = \frac{t}{\sqrt{3}}$

On écrit : $\boxed{\text{La valeur recherchée est } X \text{ avec une incertitude type } u(X) = \sqrt{u_p^2 + u_t^2}}$

Exemple :

Éprouvette graduée	☞ Lecture simple $V = 24\ mL$	$u(V) = \sqrt{\left(\frac{p}{\sqrt{12}}\right)^2 + \left(\frac{t}{\sqrt{3}}\right)^2}$	$p = 2mL$ et $t = 1mL$ $u(V) = \sqrt{\left(\frac{2}{\sqrt{12}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}$ $u(V) = 0,816mL$ $u(V) \simeq 0,8mL$

➟ Le volume est $V = 24\ mL$ avec une incertitude-type $u(V) = 0,8mL$.[5]

✎ **Étude de cas : titrage de la vitamine C dans un jus de citron**

Étude réalisée en Travaux pratiques

4. fichier 3753699879.ods , mesures réalisées le 12/12/2022
5. Souvent écrit de manière résumée : $V = 24\ mL \pm 0,8\ mL$

3.4 Propagation des incertitudes

Lorsqu'une grandeur se détermine par le calcul à partir de plusieurs autres mesurées chacune avec leur incertitude, cette grandeur a elle-même sa propre incertitude-type. Le calcul de cette-ci à partir des incertitudes de mesure est vu en Terminale. En $1^{ère}$ la formule sera fournie.

Exemple : mesure de la surface d'une table

On souhaite déterminer la surface S d'une table de longueur L et de largeur l.

- ➟ $S = L \times l$.
- ➟ On a mesuré $L = 130,00cm \pm 0,04cm$ et $l = 95,00cm \pm 0,04cm$.
- ➟ On peut démontrer que $\frac{u(S)}{S} = \sqrt{\left(\frac{u(L)}{L}\right)^2 + \left(\frac{u(l)}{l}\right)^2}$

$$\left.\begin{array}{l} S = 130,00 \times 95,00 = 12350,0\ cm^2 \\ u(S) = 12350,0 \times \sqrt{\left(\frac{0,004}{130,00}\right)^2 + \left(\frac{u(0,04)}{95,00}\right)^2} \\ u(S) = 6,4\ cm^2 \end{array}\right\} \quad \text{soit} \quad S = 12350,0\ cm^2 \pm 6,4\ cm^2$$